МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Омский государственный технический университет»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

Омский научно-образовательный центр
ОмГТУ и ИМ СО РАН
в области математики и информатики

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА

Материалы пленарных докладов VIII Международной молодежной
научно-практической конференции с элементами научной школы
(Омск, 26 апреля – 4 мая 2018 г.)

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 519.6

О СОВМЕЩЕНИИ ПРОЦЕССОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ

© К. Р. Айда-заде, С. З. Кулиев

ON COMBINING THE PROCESSES OF MATHEMATICAL MODELING AND CONTROL OF OBJECTS

© K. R. Aida-zade, S. Z. Kuliev

Известно, что для анализа функционирования сложных статических, динамических процессов и принятия решения по их управлению широко используется аппарат математической статистики, регрессионного анализа при условии, что дрейф математических моделей достаточно мал. В случае сложных, тем более нелинейных процессов, приходится решать проблему подбора адекватной математической модели. Известно, что математическая модель, достаточно адекватная в целом для всей области допустимых входных, управляющих, собственных параметров процесса, не всегда имеет достаточную степень адекватности для их конкретных локальных областей. Это может приводить к тому, что принимаемые решения с использованием построенных математических моделей с учетом конкретных (текущих) значений входных параметров могут быть не оптимальными относительно заранее заданного критерия оптимальности принимаемых решений.

Нами предлагается проводить одновременно этап параметрической идентификации математической модели исследуемого процесса (объекта) с учетом знания текущих значений входных параметров и состояния процесса и этап принятия решения, т.е. решения задачи оптимизации (или оптимального управления для динамических объектов).

Предлагаются два варианта построения совмещенной итерационной процедуры параметрической идентификации математической модели и оптимизации управляющих параметров процесса.

Проведен анализ результатов использования обоих вариантов совмешение двух этапов для различных тестовых статистических данных, как для статических, так и динамических процессов.

Сведения об авторах

Айда-заде Камиль Раджабович, д.ф.-м.н., член-корр. НАН Азербайджана, профессор, заведующий кафедрой Бакинского Государственного Университета, заведующий лабораторией Института Систем Управления НАН Азербайджана, Азербайджан, AZ1148, г. Баку, ул. Академика Захида Халилова, 23, kamil_aydazade@rambler.ru.

Кулиев Самир Закирович, к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник Института Систем Управления НАН Азербайджана, доцент Азербайджанского Государственного Университета Нефти и Промышленности, Азербайджан, AZ1141, Баку, ул. Б.Вахабзаде, 9, copal@box.az.

Authors

Aida-zade Kamil Radjabovich, doctor of sciences, head of the chair of Baku State University, head of the laboratory of Control Systems Institute of ANAS, Azerbaijan, AZ1148, Baku, st. of Academician Zahid Khalilov, 23, kamil_aydazade@rambler.ru.

Kuliyev Samir Zakirovich, PhD, leading researcher, Institute of control systems of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Azerbaijan, AZ1141, Baku, B. Vahabzade str., 9, copal@box.az.

УДК 519.85

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ГРАДИЕНТНЫЙ СПУСК И ПОИСК РАВНОВЕСИЙ В ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЯХ

© А. В. Гасников, М. Б. Кубентаева

UNIVERSAL GRADIENT DESCENT AND TRAFFIC ASSIGNMENT PROBLEM

© A. V. Gasnikov, M. B. Kubentaeva

В докладе будет представлен универсальный прямо-двойственный градиентный метод Ю.Е. Нестерова (см., напимер, [1]). В докладе также будет рассмотрена задача поиска равновесного распределения транспортных потоков по путям (см., например, [2]). Универсальный градиентный спуск будет использоваться для численного поиска равновесий. Будет рассказана необходимая теория. Приведены необходимые оценки скорости сходимости. Продемонстрированы результаты численных экспериментов [3].

Библиографический список/ References

1. Гасников А. В. *Численные методы современной оптимизации. Метод универсального градиентного спуска.* – М.: МФТИ, 2018. English translation: Gasnikov A.V. *Universal gradient descent.* – Moscow: MIPT, 2018. URL: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1711/1711.00394.pdf
2. Гасников А. В. *Эффективные численные методы поиска равновесий в больших транспортных сетях.* – М.: МФТИ, 2016. English translation: Gasnikov A.V. *Searching equillibriums in large transport networks*. – Moscow: MIPT, 2016. URL: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1607/1607.03142.pdf
3. https://github.com/MeruzaKub/TransportNet

Сведения об авторах

Гасников Александр Владимирович, д.ф.-м.н., доцент, кафедра математических основ управления МФТИ, Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9, gasnikov.av@mipt.ru.

Кубентаева Меруза Болтабековна, студентка, ФУПМ МФТИ, Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9, kubentayeva-m@yandex.ru.

Authors

Gasnikov Aleksandr Vladimirovich, doctor of sciences, chair of mathematics basis of control MIPT, Russia, 141701, Moscow Region, Dolgoprudny, Institutsky per., 9, gasnikov.av@mipt.ru.

Kubentaeva Meruza Boltabekovna, student, MIPT, Russia, 141701, Moscow Region, Dolgoprudny, Institutsky per., 9, kubentayeva-m@yandex.ru.

УДК 004.42.032.24

ОБОБЩЕННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО-ТРУДОЕМКИХ ЗАДАЧ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

© В. П. Гергель

GENERALIZED COMPUTING SCHEMES OF PARALLEL ALGORITHMS OF HARD-COMPUTING GLOBAL OPTIMIZATION PROBLEMS

© V. P. Gergel

Ожидаемые в самое ближайшее время суперкомпьютерные системы нового поколения с рекордной экзафлопсной производительностью предназначены для решения вычислительно-трудоемких задач, которые являются либо уникальными, либо имеют достаточно распространенными. Для продуктивного использования экзафлопсных суперкомпьютерных систем алгоритмы решения таких задач должны допускать максимально-возможное распараллеливание вплоть до эффективного использования для вычислений десятки и сотни миллионов вычислительных процессоров/узлов.

С полным основанием можно считать, что к числу вычислительно-трудоемких задач, для решения которых могут потребоваться суперкомпьютерные системы экзафлопсного уровня производительности, относятся проблемы глобальной или многоэкстремальной оптимизации в самых разнообразных областях приложениях. Данные задачи относятся к числу наиболее сложных проблем теории и практики оптимального выбора. В задачах такого вида допускается, что оптимизируемый критерий имеет несколько локальных оптимумов в области поиска, которые имеют различные значения. Наличие нескольких локальных оптимумов существенно усложняет поиск глобального оптимума, так как требует исследования всей допустимой области поиска. Объем вычислений при решении задач глобальной оптимизации становится очень большим уже при достаточно ограниченном числе варьируемых параметров (экзафлопсный объем необходимых вычислений достигается при наличии всего лишь нескольких десятков оптимизируемых переменных). Кроме того, постановки задач глобальной оптимизации используются, как правило, в наиболее трудных ситуациях оптимального выбора, когда проводится, например, автоматизированное проектирование сложных технических объектов, изделий и систем. В таких задачах показатели эффективности в большинстве случаев являются нелинейными, области поиска могут несвязными и, самое главное, вычислительная сложность функционалов, лежащих в основе оптимизируемых критериев и ограничений, может быть очень значительной.

Все вышесказанное позволяет утверждать, что решение задач глобального оптимизации при реалистических временных затратах может осуществляться только при использовании высокого вычислительного потенциала экзафлопсных суперкомпьютерных систем с использованием высокоэффективных параллельных алгоритмов глобальной оптимизации.

В данной работе предлагаются обобщенные вычислительные схемы параллельных вычислений, в рамках которых могут быть представлены многие эффективные параллельные алгоритмы глобальной оптимизации. Разработанные схемы включают различные способы многоуровневой декомпозиции параллельных вычислений, что обеспечивает возможность эффективного применения для решения сверхсложных задач глобальной оптимизации суперкомпьютерных вычислительных систем с общей и распределенной памятью с большим количеством (десятки и сотни тысяч) процессоров.

Сведения об авторе

Гергель Виктор Павлович, д.т.н., профессор, Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Россия, 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина 23, gergel@unn.ru.

Author

Gergel Victor Pavlovich, doctor of sciences, professor, Nizhny Novgorod state University N. Lobachevsky, Russia, 603950, Nizhny Novgorod, Gagarin Ave, 23, gergel@unn.ru.

УДК 532.5+519.6

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХСЛОЙНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

© О. Н. Гончарова

THEORETICAL RESEARCH OF TWOLAYERED CONVECTIVE FLOW WITH DEFORMATED BOUNDARY OF SECTION

© O. N. Goncharova

Теоретическому и экспериментальному изучению проблем конвекции жидкостей в условиях тепломассопереноса на границе раздела уделяется в настоящее время большое внимание. Важность результатов таких исследований состоит не только в том, что их предполается использовать при решении комплекса научных задач по механике жидкостей и теплофизике, которые создадут основу для оптимизации и совершенствования прикладных разработок в области жидкостных технологий, включая жидкостное охлаждение, жидкослойные системы регистрации информации, получение кристаллов с высокой степенью структурной однородности. При проведении исследований разрабатываются новые математические модели, адекватно описывающие изучаемые физические процессы и позволяющие выявить механизмы возможных кризисных явлений, определить возможности управления тенрмокапиллярными течениями, провести классификацию характера влияния на структуру течений разнородных физико-химических факторов, в частности, воздействия точечного лазерного излучения и испарения.

На основе точных решения уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска, имеющих групповую природу, проведено аналитическое и численное исследование двухслойных течений с испарением/конденсацией на границе раздела и при наличии локальных источников тепла. Впервые получено расширение классификации двухслойных термокапиллярных течений. Изучены характеристики двухслойных течений с испарением, зависимости массовой скорости испарения от параметров задачи, устойчивость течений, свойства и типы характеристических возмущений. Получены зависимости критических тепловых нагрузок, приводящих к потере устойчивости течений испаряющейся жидкости, подверженной действию спутного потока газа, для систем с разной толщиной жидкого слоя, находящихся в гравитационных полях различной интенсивности. Для задачи с деформируемой границей раздела представлены результаты численного исследования термокапиллярной конвекции в случае нахождения интенсивного источника тепла на одной из границ канала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-08-00291).

Сведения об авторе

Гончарова Ольга Николаевна, д.ф.-м.н., доцент, профессор, Алтайский государственный университет, Россия, Барнаул, пр. Ленина, 61, 656049, gon@math.asu.ru.

Author

Goncharova Olga Nikolaevna, doctor of sciences, professor, Altai State University, Russia, Barnaul, pr. Lenina, 61, 656049, gon@math.asu.ru.

УДК 512.577

DIASSOCIATIVE METABILIAN LOOPS OF EXPONENT 2 AND THEIR GROWTH.

© *A.N. Grishkov*

We construct the example of infinite metabilian Steiner loop with linear growth.

Definition 1. For any loop L and a system of generators $S \subseteq L$ we can define the corresponding growth function $f_S(n) = |\{x \in L: x = s_1...s_n, s_i \in S \cup\{1\}\}|$, here $s_1...s_n$ is a product of elements $s_1,...,s_n$ in some order (with corresponding distribution of brackets).

Let L be an infinite loop and S is a finite set of generators. Then for other finite set T of generators, in general $f_S(n) \neq f_T(n,)$ but, as in the case of group, we can prove that $f_S \sim f_T$. It means that there exist positive numbers a,b,N such that $af_T(n) < f_S(n) < bf_T(n)$, for all $n > N$.

For a given variety **V** of loops we can ask: what infinite loop of **V** has minimal function of growth? Normally, those loops are one generated.

Definition 2. We call $f < g$, if there exist a, $N > 0$ such that $f(n) < ag(n)$ for all $n > N$.

For example, in the variety of all groups the minimal growth has a cyclic infinite group **Z**. But if the corresponding variety **V** has finite exponent, then every one generated loop is finite, then a loop of minimal growth has at least two generators. Sometimes to construct those loops is very difficult. Untill now we have not an example of infinte group from Burnside variety Bn with minimal growth, if $n > 700$. In this paper we construct an example of three generated infinite Steiner loop with linear growth. We conjectures that this example has minimal growth, at least between metabilian Steiner loops.

Consider the following problem.

Problem 1. Let S be an arbirary finite Steiner loop and Sn be a Steiner loop obtained from S as in the next section. Is the growth of S_∞ linear?

Let S be a Steiner loop and $l = \{x,y,xy\}$ be some line from the corresponding Steiner system $S^* = S \setminus\{e\}$.

Definition 3. We define a central extention of S with $C_2 = \{t|t^2 = 1\}$ as $S_l = S \times C_2$ with miltiplication $(a,c_1).(b,c_2) = (ab,c_1 + c_2 + \delta_{l,a,b}\, t)$,

where $\delta_{l,a,b} = 0$, if a = b or $a \neq b$ and the line $\{a,b,ab\} \neq l$. If $\{a,b,ab\} = l$ then $\delta_{l,a,b} = 1$.

Basic construction. Let $S_0 = \mathbf{F_2}a \oplus \mathbf{F_2}b \oplus \mathbf{F_2}c$, be a $\mathbf{F_2}$–space with a bases {a,b,c}. By definition $S_1 = S_{l_0} = S_0\times < x_1 >$, $l_0 = \{a,b,ab\}$. If the loops S_n is defined yet then, by definition, $S_{n+1} = (S_n)_{ln} = S_n\times < x_{n+1} >$, $l_n = \{a,x_n,ax_n\}$. By construction the loop S_n may be identficate (as a set) with $\mathbf{F_2}$–space with a bases $a,b,c,x_1,...,x_n$. Then any element $v \in S_n$ has a form $v = (...(a^\alpha.b^\beta).c^\gamma).x_1^{\tau 1})....)x_n^{\tau n}) = (\alpha,\beta,\gamma,\tau_1,...,\tau_n)$.

Let formulate the following theorem.

Theorem 1. The Steiner subloop S has the following function of growth:

1) $f(n) = 8(n-1) + 3$, if $n = 3s + 1$ or
2) $3s + 2$, $f(n) = 8(n-1) + 2$, if $n = 3s$.

References

1. A. Grishkov, D. Rasskazova, M. Rasskazova, I. Stuhl. Free Steiner triple systems and their automorphism groups. // *Journal of Algebra and its Applications*. – 2015 – Vol.14, №2, p.1550025, doi: 10.1142/0219498815500255

Сведения об авторе

Гришков Александр Николаевич, д.ф.-м.н., профессор, Университет Сан Пауло, Бразилия, 05908-080, Сан Пауло, ул. Матау,1010, shuragri@gmail.com

Author

Grishkov Alexander Nikolaevich, doctor of sciences, professor, Universidade de San Paulo, Brazil, 05908-080, San Paulo, rua de Matao, 1010, shuragri@gmail.com

УДК 519.854.2

БЕСКОНФЛИКТНАЯ АГРЕГАЦИЯ ДАННЫХ НА РЕШЁТЧАТЫХ ГРАФАХ

© А. И. Ерзин

CONFLICT-FREE DATA AGGREGATION ON GRID GRAPHS

© A. I. Erzin

В распределённых сетях, собранные элементами данные должны быть переданы в некий центр – *базовую станцию* (БС). Для этого в *беспроводных* сетях используется, как правило, радиосвязь. Ограниченное число каналов связи часто приводит к конфликтам связанным с интерференцией радиоволн. Более того, во многих сетях связи элементы не могут одновременно получать и передевать данные, а также получать или передавать более одного пакета данных. Требование *энергоэффективности* сбора данных выливается в условие, что каждый элемент сети передаёт сообщение один раз в течение всей сессии сбора данных. Это значит, что в коммуникационном графе (КГ) необходимо найти остовное ориентированное *агрегационное дерево* (АД) с корнем в БС, дуги которого направлены к корню. Агрегация данных начинается с висячих вершин АД. Каждая не висячая вершина КГ сначала получает пакеты от всех своих детей в АД, затем агрегирует данные и посылает пакет своей родительской вершине тогда, когда это не приводит к конфликтам.

В рамках стандарта TDMA время разбивается на слоты (раунды) таким образом, что длительности одного слота достаточно для передачи пакета по любому ребру КГ. Количество временных слотов, достаточное для агрегации всех данных в БС, называется *длиной расписания*. В задаче Convergecast Scheduling Problem (CSP) задан КГ с выделенной вершиной – БС. Требуется найти АД и расписание бесконфликтной агрегации данных минимальной длины. Задача CSP NP-трудна как в общем случае [1], так и в случае заданного АД [2]. Для единичной квадратной решётки, в каждом узле которой находится вершина КГ, а дальность передачи равна 1 [3] или 2 [4] предложены *полиномиальные* алгоритмы построения *оптимального* расписания.

В данной работе приведены новые результаты для задачи CSP на графах-решётках при произвольной дальности передачи не менее 3 (в метрике L_1), а также на графах-решётках с прямоугольными непересекающимися препятствиями, которые непроницаемы для радиоволн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-07-00552-а

Библиографический список

1. Chen X., Hu X., Zhu J. *Minimum data aggregation time problem in wireless sensor networks* // Lect. Notes Comput. Sci. – 2005. – Vol. 3704. – P. 133–142.
2. Erzin A., Pyatkin A. *Convergecast scheduling problem in case of given aggregation tree. The complexity status and some special cases* // Proc. of the 10th Int. Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP). IEEE-Xplore. – 2016. Article 16.
3. Gagnon J., Narayanan L. *Minimum latency aggregation scheduling in wireless sensor networks* // Lect. Notes Comput. Sci. – 2015. – Vol. 8847. – P. 152–1168.
4. Erzin A. *Solution of the convergecast scheduling problem on a square unit grid when the transmission range is 2* // Lect. Notes Comput. Sci. – 2017. – Vol. 10556. – P. 50–63.

Сведения об авторе

Ерзин Адиль Ильясович, д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Россия, Новосибирск, 630090, пр. Акад. Коптюга, 4, adilerzin@math.nsc.ru.

Author

Erzin Adil Ilyasovich, doctor of sciences, professor, Chief Researcher, Sobolev Institute of Mathematics, Russia, Novosibirsk, 630090, 4 Acad. Koptyug avenue, adilerzin@math.nsc.ru.

ЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ КОНИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С КОНУСОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ПРЯМЫЕ АФФИННО-МАСШТАБИРУЮЩИЕ МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

© В. Г. Жадан

LINEAR PROBLEMS OF CONICAL PROGRAMMING WITH SECOND ORDER CONE AND DIRECT AFFINE-SCALE METHODS OF SOLUTIONS

© V. G. Zhadan

Линейные задачи конического программирования заключаются в минимизации линейной функции на допустимом множестве, являющимся пересечением аффинного многообразия с конусом. Особый интерес вызывает случай, когда в качестве конуса берется конус второго порядка (конус Лоренца) [1]. Этим задачам в последнее время уделяется повышенное внимание. Связано это как с теоретическими вопросами, так и с возможностью сведения многих других оптимизационных задач, включая задачи комбинаторной отимизации, к задачам конического программирования (см. [2]).

Численные методы решения задач конического программирования строятся, как правило, путем переноса на эти задачи соответствующих методов линейного программирования. Среди них наиболее популярными являются прямо-двойственные методы внутренней точки (см. [3]). Однако имеются и методы симплексного типа.

В настоящем сообщении будут рассмотрены прямые методы аффинно-масштабирующего типа для решения задач конического программирования с конусом второго порядка, которые являются обобщениями соответствующих методов для линейного программирования. Методы строятся как специальные способы решения системы условий оптимальности для прямой и двойственной задачи. При этом будут рассмотрены как методы первого порядка [4], так и метод второго порядка ньютоновского типа. Хотя формально задачи конического программирования с конусом второго порядка могут быть сведены к задачам полуопределенного программирования, по очень многим причинам для их решения требуется специальные алгоритмы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-07-00510.

Библиографический список / References

1. Alizadeh F., Goldfarb D. *Second order cone programming* // Mathematical Programming. – Ser. B. – 2003. – Vol. 95. – P. 3-51.

2. Lobo M. S., Vandenberghe L., Boyd S., Lebret H. *Applications of second order cone programming* // Linear Algebra Appl. – 1998. – Vol. 284. – P. 193-228.

3. *Handbook on Semidefinite, Cone and Polynomial Optimization: Theory, Algorithms, Software and Applications* / eds. M.F. Anjos, J.B. Lasserre. – Springer. – NY, USA. – 2011.

4. Жадан В. Г. *Вариант аффинно-масштабирующего метода для задачи конического программирования на конусе второго порядка.* // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2017. – Т.23, № 3 – С. 114-124. English translation: Zhadan V.G. *A variant of the affine-scaling method for a cone programming problem on a second-order cone*. // Trudy Inst. Mat. Mekh. UrO RAN. – 2017. – Vol. 23, №3. – pp. 114–124.

Сведения об авторе

Жадан Виталий Григорьевич, д.ф.-м.н., профессор, ФИЦ ИУ РАН, 119333 Москва, ул. Вавилова, 40, zhadan@ccas.ru.

Author

Zhadan Vitaliy Grigoryevich, doctor of sciences, professor, Federal Research Centre "Informatics and Control" of the Russian Academy of Sciences, Russia, 119333, Moscow, Vavilova str., 40, zhadan@ccas.ru

УДК 519.644

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ С БОЛЬШИМИ ГРАДИЕНТАМИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© А.И. Задорин

QUADRATURE FORMULAS FOR FUNCTIONS WITH LARGE GRADIENTS IN THE BOUNDARY LAYER

© A.I. Zadorin

Исследуется вопрос построения квадратурных формул для функций с большими градиентами. Проблема в том, что если интегрируемая функция имеет большие градиенты, то погрешность составных формул Ньютона–Котеса может быть порядка $O(h)$ независимо от числа узлов базовой формулы, h – шаг сетки. Ставится задача построения квадратурных формул, погрешность которых не зависит от градиентов функции в пограничном слое.

Рассматривается два новых подхода к построению квадратурных формул: построение квадратурной формулы, точной на составляющей, отвечающей за большие градиенты функции в пограничном слое [1] и применение классических формул на сетке Шишкина, сгущающейся в пограничном слое [2].

При первом подходе предполагается, что интегрируемая функция представима в виде суммы $u(x) = p(x) + \gamma\Phi(x)$, где регулярная составляющая $p(x)$ имеет ограниченные производные до некоторого порядка, погранслойная составляющая $\Phi(x)$ известна и имеет большие градиенты, постоянная γ не задана. Известно, что такое представление имеет решение сингулярно возмущенной краевой задачи. Построен аналог формул Ньютона–Котеса с n узлами на основе того, чтобы формулы стали точными на составляющей $\Phi(x)$. Доказано, что если $\Phi^{(n-1)}(x) \neq 0$ на интервале интегрирования, то построенная составная квадратурная формула имеет погрешность порядка $O(h^{n-1})$ равномерно по $\Phi(x)$ и ее производным.

При втором подходе предполагается, что функция $u(x)$ представима в виде суммы $u(x) = p(x) + \Phi(x)$, где $p(x)$ имеет равномерно ограниченные производные до некоторого порядка, производные функции $\Phi(x)$ могут неограниченно расти при стремлении параметра ε к нулю, но оценки производных известны. Эти оценки соответствуют наличию экспоненциального пограничного слоя. Доказано, что составные квадратурные формулы Ньютона-Котеса, построенные на известной сетке Шишкина, обладают погрешностью, равномерной по малому параметру ε. Погрешность этих формул порядка $O((\ln N / N)^n)$, N – число узлов сетки. Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-01-00727.

Библиографический список / References

1. Zadorin A.I., Zadorin N.A. *Analogue of Newton-Cotes Formulas for Numerical Integration of Functions with a Boundary-Layer Component* // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2016. – Vol. 56, № 3. – P. 358-366.

2. Zadorin A.I. *Lagrange interpolation and Newton-Cotes formulas for functions with boundary layer components on piecewise-uniform grids* // Numerical Analysis and Applications. – 2015. – Vol. 8, №3. – P. 235-247.

Сведения об авторе

Задорин Александр Иванович; д.ф.-м.н., профессор, заведующий лабораторией, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Россия, 644099, Омск, ул. Певцова 13, zadorin@ofim.oscsbras.ru

Author

Zadorin Alexander Ivanovich, doctor of sciences, professor, head of laboratory, Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Russia, 644099, Omsk, st. Pevtsova 13, zadorin@ofim.oscsbras.ru.

УДК 519.622.2

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОГРАНИЧЕНИЙ ЦЕЛОСТНОСТИ В БАЗАХ ДАННЫХ

© С. В. Зыкин, В. С. Зыкин

FUNDAMENTALS OF THE THEORY OF INTEGRITY CONSTRAINTS IN DATABASES

© S. V. Zykin, V. S. Zykin

Теоретической основой ограничений целостности в базах данных являются функциональные зависимости и зависимости включения. Проблема их взаимодействия так и не получила удовлетворительного решения в общем случае [1]. Ситуация осложняется наличием неопределенных значений, которые влияют на разрешимость формальной теории [2]. Нами предложен подход, который позволяет декомпозировать проблему, и получить для каждой компоненты полиномиальное решение.

Для формального описания функциональных зависимостей предложено использовать области определения (домены). На основании рассмотренных свойств получена система аксиом, для которой доказана полнота и непротиворечивость. Кроме того, получены дополнительные правила вывода, которые являются основанием для декомпозиционного и синтетического походов к построению схемы базы данных.

В данной работе предлагается рассматривать типизированные зависимости включения, учитывающая неопределенные значения в базах данных независимо от функциональных зависимостей. Полученные свойства зависимостей включения использовались для формирования системы аксиом с доказательством полноты и непротиворечивости. Кроме того, разработан алгоритм построения замыканий, позволяющий находить избыточные зависимости включения.

На основании исследования взаимодействия функциональных зависимостей и зависимостей включения [3] было доказано, что нормальные формы, начиная с третьей, не взаимодействуют с типизированными зависимостями включения. Это позволяет раздельно строить неизбыточную БД с использованием полиномиальных алгоритмов.

Библиографический список / References

1. Chandra A. K., Vardi M. Y. *The Implication Problem for Functional and Inclusion Dependencies is Undecidable* // SIAM Journal on Computing, – 1985. – Vol 14, No 3. – P. 671–677.
2. Hartmann S., Link S. *The implication problem of data dependencies over SQL table definitions: axiomatic, algorithmic and logical characterizations* // ACM Transactions on Database Systems. – 2012. – Vol. 37. No 2. – P. 1–40.
3. Levene M., Vincent M. W. *Justification for Inclusion Dependency Normal Form* // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, – 2000. – Vol.12, No.2. – P. 281–291.

Сведения об авторах

Зыкин Сергей Владимирович, дтн, профессор, внс (ио зав лаб.), Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Россия, г. Омск, ул. Певцова, 13, 644043, e-mail: szykin@mail.ru

Зыкин Владимир Сергеевич, аспирант, Омский государственный технический университет, Россия, Омск, просп. Мира, 11, 644050, e-mail: vszykin@mail.ru

Authors

Zykin Sergey Vladimirovich, doctor of sciences in technic, professor, leading researcher, acting head of laboratory, Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Russia, Omsk, Pevtsova str., 13, 644043, e-mail: szykin@mail.ru.

Zykin Vladimir Sergeevich, post-graduate student, Omsk State Technical University, Russia, Omsk, Mira av., 11, 644050, e-mail: vszykin@mail.ru.

УДК 519.6

ТЕХНОЛОГИИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРАДИЕНТОВ В МЕТОДАХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ

© А. В. Зыкина, О. Н. Канева

TECHNOLOGY OF THE GRADIENTS COMPUTATION IN THE STOCHASTIC APPROXIMATION METHODS

© A. V. Zykina, O. N. Kaneva

Стохастическая транспортная задача со случайным спросом может быть представлена в виде двухэтапной задачи стохастического программирования [1]. Для моделирования задачи второго этапа используется задача дополнительности, придающая компонентам вектора переменных задачи второго этапа свойства двойственных переменных, что позволяет проводить компенсацию невязок на пределе совместности [2,3]. Для разрешимости задачи второго этапа при всех реализациях случайной величины и при любом предварительном плане достаточно положительной определенности матриц компенсаций, определяющих соответствующие задачи дополнительности [3]. Для поставленной задачи рассматриваются технологии вычисления градиентов в методе нелинейной стохастической оптимизации [4].

Библиографический список / References

1. Юдин Д. Б. *Математические методы управления в условиях неполной информации. Задачи и методы стохастического программирования.* – М.: Красанд, 2010. [Judin D. B. *Matematicheskie metody upravlenija v uslovijah nepolnoj informacii. Zadachi i metody stohasticheskogo programmirovanija,* 2010. (inRussian)].
2. Базара М., Шетти К. *Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы*. – М.: Мир, 1982. English translation: Bazaraa M. S., Shetty C. M. *Nonlinear Programming. Theory and Algorithms*. – Ney York: John Wiley and Sons, 1979.
3. Зыкина А. В., Канева О. Н. *Параметризация в моделировании социальных и экономических процессов.* – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. [Zykina A. V., Kaneva O.N. *Parametrizacija v modelirovanii social'nyh i jekonomicheskih processov*, Omsk: Izd-vo OmGTU, 2014. (inRussian)].
4. Zykina A. V., Kaneva O. N. *Algorithm for Solving Stochastic Transportation Problem* // In collection: CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1987. – P. 598-603.

Сведения об авторах

Зыкина Анна Владимировна, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и фундаментальной информатики, Омский государственный технический университет, Россия, 644050, Омск, Мира, 11, avzykina@mail.ru

Канева Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и фундаментальной информатики, Омский государственный технический университет, Россия, 644050, Омск, Мира, 11, okaneva@yandex.ru

Authors

Zykina Anna Vladimirovna, doctor of Sciences, professor, head of the department «Applied Mathematics and Fundamental Informatics», Omsk State Technical University, Russia, 644050, Omsk, Mira ave., 11, avzykina@mail.ru.

Kaneva Olga Nikolaevna, PhD, department «Applied Mathematics and Fundamental Informatics» Omsk State Technical University, Russia, 644050 Mira ave., 11, Omsk, okaneva@yandex.ru.

УДК 519.6

MULTI-VALUED MAPPINGS, VARIATIONAL INEQUALITIES, AND APPLICATIONS TO ECONOMICS

© V. V. Kalashnikov, E. Camacho-Esparza, N. Kalashnikova

The talk deals with variational inequalities defined by set-valued operators, and the equivalence of the latter to the fixed-point problems is shown.

The concept of an exceptional family of elements is introduced in a very general setting, and the Theorem of Alternative of existence either of solutions or an exceptional family of elements is outlined.

These results serve as the tools for the next part of the talk, in which we address optimization models involving single- and multi-valued functions whose differential mapping is strictly quasi-monotone. Mathematical programs with feedback between the primal and dual variables, as well as multi-criterion problems constitute a considerable part of the talk.

At the end of the presentation, models of the decentralized economy with competitive equilibrium, as well as Arrow-Debreu models are discussed, and theorems of existence of equilibrium are mentioned.

Сведения об авторах

Калашников Вячеслав Витальевич, д.ф.-м.н., профессор, факультет науки и техники, Технологический университет Монтеррея, Мексика, 64849, Нуэво Леон, Монтеррей, ул. Еугенио Гарца Сада, 2501, kalash@itesm.mx.

Камачо-Эспарца Эдгар, Технологический университет Монтеррея, Мексика, 64849, Нуэво Леон, Монтеррей, ул. Еугенио Гарза Сада, 2501.

Калашникова Наталья Ивановна, к.ф.-м.н., профессор, кафедра физики и математики, Автономный университет штата Нуэво Леон, Мексика, 66455, Нуэво Леон, Сан Николас де лос Гарца, ул. Университдад, nkalash2009@gmail.com.

Authors

Kalashnikov Vyacheslav Vitalievich, doctor of sciences, position in CEMI: Ph.D. Laboratory of VL Makarov, Experimental Economics, Russia 117418, Moscow, ul. Nakhimovsky prospect 47, CEMI RAS, slavkamx@mail.ru; Professor & Researcher, School of Engineering and Science, Tecnológico de Monterrey (ITESM), Campus Monterrey, Ave. Eugenio Garza Sada 2501 Sur, Monterrey, Nuevo León, Mexico 64849, kalash@itesm.mx.

Camacho-Esparza Edgar, Tecnológico de Monterrey (ITESM), Mexico, Campus Estado de México (CEM).

Kalashnykova Nataliya, PhD, Professor and Researcher, Department of Physics & Mathematics (FCFM), Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), Ave. Universidad S/N, Ciudad Universitaria, San Nicolás de los Garza, Nuevo Leó, Mexico 66455, nkalash2009@gmail.com.

УДК 519.6

МЕТОД ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОЕДИНЕНИЙ МОБИЛЬНЫХ АБОНЕНТОВ МЕЖДУ ПРОВАЙДЕРАМИ.

© И. В. Коннов

FUNCTION PENALTY METHOD FOR CONNECTION DISTRIBUTION PROBLEM OF SUBSCRIBER AND PROVIDER

© I. V. Konnov

Предлагается постановка задачи оптимального распределения соединений мобильных абонентов между провайдерами беспроводных сетей в виде открытой транспортной задачи с двусторонними ограничениями на переменные. Несмотря на наличие известных конечных алгоритмов для таких задач, а также методов декомпозиции, особенности данной области приложений приводят к необходимости разработки специальных приближенных методов для поиска решений. В самом деле, помимо большой размерности, типичными являются неполнота и неточность данных, нестационарность коэффициентов функций цели и ограничений, из которых следует возможная несовместность ограничений. Кроме этого, приемлемое приближение к решению обычно надо найти достаточно быстро. Поэтому для приближенного решения задачи предлагается подход, основанный на применении полного или частичного метода штрафных функций, вспомогательные задачи которых достаточно просто решаются.

Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, номер задания 1.460.2016/1.4, а также при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00109-а.

Сведения об авторе

Коннов Игорь Васильевич, д.ф-м.н., профессор, главный научный сотрудник, Институт вычислительной математики и информационных технологий, НИЦ Фундаментальная и прикладная информатика, Казанский федеральный университет, Россия, 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18, leksser@rambler.ru.

Author

Konnov Igor Vasilyevich, doctor of sciences, chief researcher, Scientific Research Laboratory ”Computational Technologies and Computer Modeling”, Institute of Computational Mathematics and Information Technologies, Kazan Federal University, Russia, 420008, Kazan, Kremlevskaya str., 18, leksser@rambler.ru.

УДК 512.577

HOW TO USE INVARIANTS OF GROUPS TO CONSTRUCT A PUBLIC-KEY CRYPTOSYSTEM

© Frantisek Marko

We will explain how to use invariants of diagonalizable groups to construct public-key cryptosystems and investigate properties of such cryptosystems over various underlying structures (including the finite fields). We consider the security of these cryptosystems and show that it is necessary to restrict the set of parameters of the system to prevent attacks (including linear algebra attack).

References

1. D. Grigoriev, *Public-key cryptography and invariant theory* // Journal of Mathematical Science. – 2005. – Vol. 126, №3. – P. 1152–1157, translated from Zapiski Nauchnych Seminarov POMI, 293 (2002), 26–38.
2. D. Grigoriev, A. Kojevnikov and S.J. Nikolenko, *Algebraic cryptography: New constructions and their security against provable break* // St. Peterburg Math. – 2009. – Vol. 20, №6. – P. 937–953, translated from Algebra i Analysis 20 (2008), no.6.
3. F. Marko and A.N. Zubkov, *Minimal degrees of invariants of (super)groups - a connection to cryptology* // Linear and Multilinear algebra. – 2017. – Vol. 65, №11. – P. 2340-2355.
4. F. Marko, A.N. Zubkov and M. Jur´aˇs, *Public-key cryptosystem based on invariants of supergroups* // Groups, Complexity and Cryptology. – 2017. – Vol. 9, №1. – P. 31-54.

Сведения об авторе

Франтишек Марко, профессор, Государственный университет Пенсильвании, 18202, США, Хазлтон, Юниверсити драйв 76, fxm13@psu.edu.

Author

Frantisek Marko, Professor of Mathematics, The Pennsylvania State University, 76 University Drive, Hazleton, PA 18202, USA, fxm13@psu.edu.

УДК 519.622.2

ACCELERATING THE UNIVERSAL NEWTON METOD

© Yu. E. Nesterov, G. N. Grapiglia

Second-order methods have a reputation of the fastest schemes in Nonlinear Optimization (see [1]). However, during many years it was impossible to derive for them reasonable worst-case complexity bounds, which confirm their superiority with respect to the first-order methods. The situation was changesd after development in [2] the cubic regularization of the Newton Method. This scheme admits very good global complexity bounds assunming that the objective function has Lipschitz-continuous Hessiand. In [3] this scheme was accelerated using the standard technique of estimating functions.

However, the theory developed in [2,3] has a serious drawback. The Holder continuity of the Hessian is difficult to verify. Moreover, a twice differentiable objective function can have a lower level of smoothness and then we should apply another schemes. This was the motivation for development in [4] the universal Newton Method, which can ajust automatically to the actual level of smoothness of the objective function.

In this talk we present new results related to accelerated universal second-order methods. Our methods converge in accordance to the best rates allowed by a Holder condition introduced for the Hessians. As compared with the usual Newton method, the reason for acceleration of our schemes consists in accumulation of global information on the behavior of the objective, represented by a linear model. Our methods can solve the convex optimization problems in composite form.

References

1. A. Conn, N. Gould, and Ph. Point. *Trust Region Methods* // SIAM. – 2000.
2. Yu. Nesterov, B.T. Polyak, *Cubic regularization of Newton method and its global performance.* // Mathematical Programming. – 2006. – Vol. 108. – P. 177-205.
3. Yu. Nesterov. *Accelerating the cubic regularization of Newton's method on convex problems*. // Mathematical Programming. – Vol. 112. – P. 159-181.
4. G.N. Grapiglia, Yu. Nesterov. *Regularized Newton Methods for minimizing functions with Holder continuous Hessians*. To appear in SIAM Journal on Optimization (2018)

Сведения об авторах

Нестеров Ю. Е., д.ф-м.н., профессор, центр исследования опреаций и эконометрики, Лувенский католический университет, Бельгия, Лувен-ла-Нёв, дорога Роман Пеи, 1348, НИУ ВШЭ, Москва, Yurii.Nesterov@uclouvain.be.

Грапиья Г. Н., кафедра математики, Федеральный университет Параны, 19.081, 81531-980, Бразилия, Парана, Куритиба, Curitiba ,grapiglia@ufpr.br.

Authors

Nesterov. Yu. E., doctor of sciences, professor, Center for Operations Research and Econometrics (CORE), Catholic University of Louvain, UCL, Belgium, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Belgium, Louvain-la-Neuve, 34 voie du Roman Pays, 1348, Yurii.Nesterov@uclouvain.be.

Grapiglia G. N., Departamento de Matematica, Universidade Federal do Parana, Centro Politecnico, Cx. postal 19.081, 81531-980, Brazil, Parana, Curitiba ,grapiglia@ufpr.br.

УДК 519.85, 519.65

NUMERICAL METHODS OF BLACK-BOX CONSTRAINED GLOBAL OPTIMIZATION

© Ya. D. Sergeyev, D. E. Kvasov

Constrained global optimization is an active branch of applied mathematics and many literature sources are dedicated to it (see, e.g., [1–20]). Lipschitz multidimensional constrained global optimization problems where both the objective function and constraints can be partially defined, multiextremal, and non-differentiable functions are considered in this contribution. It is particularly assumed that each evaluation of the objective function and constraints at a point is a time-consuming operation (see, e.g., [1,9,13,14,18–20]).

Many algorithms for addressing the stated problem have been discussed in literature, where several approaches to deal with constraints have been proposed. The most common one is based on the so-called penalty approach (see, e.g., [2]) which requires the objective function and constraints being defined over the whole search domain. Within the regions where a function is not defined it is simply filled in with either a high number or within the function value at a near feasible point. It can be, however, observed (see, e.g., [12]) that in Lipschitz global optimization algorithms this technique can lead to extremely high Lipschitz constants, forcing the methods to slow down.

A promising approach called the index scheme has been proposed by Roman Strongin in the framework of information stochastic global optimization methods (see, e.g., [18,19]). A substantial advantage of this scheme is that it does not introduce parameters or additional variables by opposition to traditional approaches. The index scheme can also be successfully used in combination with the 'Divide-the-Best' global optimization methods (see, e.g., [15-19]), where the Lipschitz constants of the objective function and constraints are estimated in several ways (a priori give, global or local estimates can be considered). Several 'Divide-the-Best' methods using the index scheme are described, commented on, and compared with respect to some widely used global optimization algorithms (see, e.g., [6,13,16]).

To analyze the methods' performance, it is proposed to use a generator of classes of multidimensional test problems based on the GKLS-generator from [2]. This generator [11] extends the previous generation procedure from the box-constrained case to the case of nonlinear constraints. Having a complete information about each of 100 test problems from a concrete class allows the user to perform a comprehensive numerical testing of a given constrained global optimization method, as illustrated in this contribution.

References

1. K.A. Barkalov and R.G. Strongin R.G. *A global optimization technique with an adaptive order of checking for constraints* // Comp. Math. Math. Phys. – 2002. – Vol. 42. – P. 1289–1300.
2. D.P. Bertsekas *Nonlinear Programming* // Athena Scientific. – Belmont. – MA. – 1999.
3. M. Gaviano, D. E. Kvasov, D. Lera, and Ya. D. Sergeyev *Algorithm 829: Software for generation of classes of test functions with known local and global minima for global optimization* // ACM Trans. Math. Softw. – 2003. – Vol. 29, №4. – P. 469–480.
4. V.P. Gergel, V.A. Grishagin, and A.V. Gergel *Adaptive nested optimization scheme for multidimensional global search* // J. Global Optim. – 2016. – Vol. 66, №1. – P. 35–51.
5. R. Horst and P. M. Pardalos *Handbook of Global Optimization*. – Kluwer. – Dordrecht. – 1995.
6. D.E. Kvasov and M.S. Mukhametzhanov *Metaheuristic vs. deterministic global optimization algorithms: The univariate case* // Appl. Math. Comput. – 2018. – Vol. 318. – P. 245–259.
7. R. Paulavičius and J. Žilinskas *Simplicial Global Optimization*. – Springer. – New York. – 2014.
8. Ya. D. Sergeyev *An information global optimization algorithm with local tuning* // SIAM J. Optim. – 1995. – Vol. 5, №4. – P. 858–870.
9. Ya.D. Sergeyev, D.E. Kvasov, and F.M.H. Khalaf *A one-dimensional local tuning algorithm for solving GO problems with partially defined constraints* // Optim. Lett. – 2007 Vol. 1, №1. – P. 85–99.

10. Ya.D. Sergeyev, D.E. Kvasov, and M.S. Mukhametzhanov *Operational zones for comparing metaheuristic and deterministic one-dimensional global optimization algorithms* // Math. Comput. Simulat. – 2017. – Vol. 141. – P. 96–109.
11. Ya.D. Sergeyev, D.E. Kvasov, and M.S. Mukhametzhanov *Emmental-type GKLS-based multiextremal smooth test problems with non-linear constraints* // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. – Vol. 10556 LNCS. – P. 383–388.
12. Ya.D. Sergeyev, D.E. Kvasov, and M.S. Mukhametzhanov *On strong homogeneity of a class of global optimization algorithms working with infinite and infinitesimal scales* // Comm. Nonlin. Sci. Num. Simulat. – 2018. – Vol. 59. – P. 319–330.
13. Ya.D. Sergeyev, D.E. Kvasov, and M.S. Mukhametzhanov *On the efciency of nature-inspired metaheuristics in expensive global optimization with limited budget* // Nature Scientific Reports. – 2018. – Vol. 8. – P. 453.
14. Ya. D. Sergeyev, P. Pugliese, and D. *Famularo Index information algorithm with local tuning for solving multidimensional global optimization problems with multiextremal constraints* // Math. Program. – 2003. – Vol. 96, №3. – P. 489–512.
15. Ya. D. Sergeyev and D. E. Kvasov *Diagonal Global Optimization Methods*. – FizMatLit. – Moscow. – 2008. (In Russian)
16. Ya. D. Sergeyev and D. E. Kvasov *Deterministic Global Optimization*. – Springer. – 2017.
17. Ya. D. Sergeyev, R. G. Strongin, and D. Lera *Introduction to Global Optimization Exploiting Space-Filling Curves*. – Springer. – 2013.
18. R. G. Strongin Numerical *Methods in Multi-Extremal Problems (Information-Statistical Algorithms).* – Nauka. – Moscow. – 1978. (In Russian)
19. R. G. Strongin and Ya. D. Sergeyev *Global Optimization with Non-Convex Constraints: Sequential and Parallel Algorithms.* – Kluwer. – Dordrecht. – 2000 (3rd edition by Springer, 2014).
20. A. A. Zhigljavsky and A. Žilinskas *Stochastic Global Optimization*. – Springer. – 2008.

Сведения об авторах

Сергеев Ярослав Дмитриевич, д.ф.-м.н., профессор, Калабрийский университет, Италия, Нижегородский гос. ун-тет им. Н.И. Лобачевского, Россия, 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина 23, email: yaro@dimes.unical.it.

Квасов Дмитрий Евгеньевич, к.ф.-м.н., научный сотрудник, Калабрийский университет, Италия, Нижегородский гос. ун-тет им. Н.И. Лобачевского, Россия, 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина 23, email: kvaim@dimes.unical.it.

Authors

Sergeyev Yaroslav Dmitrievich, doctor of sciences, professor, Calabria University, Italy, Nizhny Novgorod state University N. Lobachevsky, Russia, 603950, Nizhny Novgorod, Gagarin Ave, 23, yaro@dimes.unical.it.

Kvasov Dmitry Evgenievich, PhD, researcher, University of Calabria, Italy, Nizhny Novgorod state University N. Lobachevsky, Russia, 603950, Nizhny Novgorod, Gagarin Ave, 23, kvaim@dimes.unical.it.

УДК 519.6

EXPLICIT BOUNDS FOR LIPSCHITZ CONSTANT OF SOLUTIONS TO SOME PROBLEMS IN CALCULUS OF VARIATIONS

© G. V. Smirnov

In this talk we present explicit estimate for Lipschitz constant of solutions to some problems of calculus of variations. The approach we use is due to Gamkrelidze and is based on the equivalence of the problem of calculus of variations and a time-optimal control problem. The obtained estimate is used to compute complexity bounds for a path-following method applied to a convex problem of calculus of variations with polyhedral end-point constraints.

References

1. Oliveira M., Smirnov G. *Explicit bounds for Lipschitz constant of solution to a basic problem in calculus of variations* (arXiv:1712.04825).
2. Oliveira M., Smirnov G. *Explicit bounds for Lipschitz constant of solution to optimal control problems* (arXiv:1712.04830).

Сведения об авторе

Смирнов Георгий Витальевич, д.ф.-м.н., профессор, Университет Миньо, Португалия, Брага, Кампус-де-Гуаллар 4710-057, email: smirnov@math.uminho.pt.

Author

Smirnov Georgi Vitalievich, Professor, University of Minho, Portugal, Braga, Campus de Gualtar, 4710-057, email: smirnov@math.uminho.pt.

УДК 519.622.2

ДВУХУРОВНЕВОЕ И РАВНОВЕСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В МОДЕЛЯХ ЭНЕРГЕТИКИ

© О.В. Хамисов

BILEVEL AND EQUILIBRIUM PROGRAMMING IN POWER ENERGY SYSTEMS MODELS

© O.V. Khamisov

В докладе рассматриваются модели функционирования и развития электро- и теплоэнергетических систем в современных условиях. Модели эти связаны с нахождением равновесия либо в смысле Нэша, либо в смысле Штаккельберга.

При определённых предположениях исследуемые модели обладают так называемым свойством потенциальности и сводятся к выпуклым задачам оптимизации большой размерности. В общем, непотенциальном случае возможно сведение к задачам неявной глобальной оптимизации. Трудность, возникающая при таком сведении, состоит в том, что не только точки глобального минимума являются равновесными решениями, но также и некоторые точки локального минимума.

В докладе рассматривается технология решения возникающих неявных задач глобальной оптимизации, описываются соотвествующие модели и приводятся результаты численных экспериментов, в том числе, и на реальных данных [1-5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №18-07-01432-а

Библиографический список / References

1. Khamisov O.V. A global optimization approach to solving equilibrium programming problems // P.M. Pardalos, I. Tseveendorj, R. Enkhbat (eds.) Optimization and Optimal Control, World Scientific Publishing Co., p. 155-164, 2003

2. Подковальников С.В., Хамисов О.В. *Несовершенные электроэнергетические рынки: моделирование и исследование развития генерирующих мощностей* // Известия РАН. Энергетика. – 2011. – №2. – С. 57-76. [Podkovalnikov S.V., Khamisov O.V. *Nesovershennie elektroenergeticheskie rinki: modelirovanie i issledovanie razvitiya generiruyuschih moschnostei* // Izvestiya RAN. Energetika. – 2011. – №2. – P. 57-76]

3. Подковальников С.В., Семёнов К.А., Хамисов О.В. *Развитие генерирующих мощностей при различной структурной организации электроэнергетических рынков* // Известия РАН. Энергетика. – 2014. – №4. – С. 3-14. [Podkovalnikov S.V., Semyonov K.A., Khamisov O.V. *Razvitie generiruyuschih moschnostei pri razlichnoi strukturnoi organizacii elektroenergeticheskih rinkov* // Izvestiya RAN. Energetika. – 2014. – №4. – P. 3-14.]

4. Пеньковский А.В., Стенников В.А., Хамисов О.В. *Оптимальное распределение нагрузки между источниками тепла на основе модели Курно* // Теплоэнергетика. – 2015. – №8. – С. 62-71. [Penkovskii A.V., Stennikov V.A., Khamisov O.V. *Optimalnoe raspredelenie nagruzki mezhdu istochnikami tepla na osnove modeli Kurno* // Teploenergetika. – 2015. – №8. – P. 62-71.]

5. Stennikov V., Penkovskii A., Khamisov O. *Problems of Modeling and Optimization of Heat Supply Systems: Bi-Level Optimization of the Competitive Heat Energy Market*. // in: P. Vasant, N. Voropai (Eds.) Sustaing Power Resources through Energy Optimization and Engineering, IGI Global, p. 54-74, 2016.

Сведения об авторе

Хамисов Олег Валерьевич, д.ф.-м.н., с.н.с., зав. отделом прикладной математики, институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Россия, г. Иркутск, 664033, ул. Лермонтова, 130, e-mail: khamisov@isem.irk.ru

Author

Khamisov Oleg Valerievich, doctor of sciences, head of applied mathematics department, Melentiev Energy Systems Institute, Russia, Irkutsk, Lermontov street 130, e-mail: khamisov@isem.irk.ru.

УДК 519.622.2

ОБОБЩЕННЫЕ ПИРАМИДАЛЬНЫЕ МАРШРУТЫ И ЭФФЕКТИВНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ МАРШРУТНЫХ ЗАДАЧ

© М. Ю. Хачай

GENERALIZED PYRAMIDAL TOURS AND EFFICIENT SOLVABILITY OF ROUTING PROBLEMS

© M. Yu. Khachay

Задача коммивояжера (TSP) — одна из известнейших экстремальных комбинаторных задач, обладающая множеством значимых приложений в исследовании операций и привлекающая интерес исследователей в течение десятилетий.

Широко известна труднорешаемость TSP, которая является NP-трудной в сильном смысле как в общей, так и в чрезвычайно специфичных постановках, например, на евклидовой плоскости [1]. В то же время, если в общем случае задача не аппроксимируема ни с какой приемлемой точностью (при условии $P \neq NP$) [2], при произвольной метрике и в евклидовом пространстве произвольной фиксированной размерности задача обладает полиномиальными приближенными алгоритмами с фиксированной точностью [3] и эффективными приближенными схемами [4] соответственно. Многочисленные обобщения TSP, среди которых задача о цикловом покрытии [5-6] и задача о нескольких коммивояжерах [7] обладают близкими сложностными и аппроксимационными свойствами.

Введение дополнительных ограничений, стесняющих множество допустимых маршрутов нередко приводит к построению для этих задач эффективных точных или приближенных алгоритмов (см., напр. [8-9]). Один из результативных подходов к построению такого сужения задачи связан с рассмотрением т.н. *пирамидальных* маршрутов, имеющих вид

$$1 = v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_r} = n, v_{i_{r+1}}, \dots, v_{i_n},. \quad (1)$$

где $v_j < v_{j+1}$ для произвольного $j = 1, \dots, r-1$и $v_j > v_{j+1}$ в противном случае. Известно, что пирамидальный маршрут минимального (максимального) веса может быть найден за время $O(n^2)$ в общем случае и $O(nlog^2 n)$ в евклидовой постановке [10]. В докладе мы распространим этот подход на случай квази- и псевдопирамидальных маршрутов и покажем [11], что (обобщенная) задача коммивояжера (GTSP) в наиболее общей постановке принадлежит классу эффективно разрешимых параметрических задач (FPT).

Библиографический список

1.Papadimitriou Ch.: *Euclidean TSP is NP-colmplete* // Theoret. Comp. Sci. – 1977. – Vol. 4, No. 3 – P. 237-244.

2. Sahni, S., Gonzales, T.: *P-complete approximation problems* // Journal of the ACM. – 1976. – No. 23. – P. 555-565.

3. Christofides, N.: *Worst-case analysis of a new heuristic for the Traveling Salesman Problem*. // Symposium on New Directions and Recent Results in Algorithms and Complexity. – 1975. – P. 441.

4. Arora, S.: *Polynomial Time Approximation Schemes for Euclidean Traveling Salesman and other geometric problems* // Journal of the ACM. – 1998. – Vol. 45. No. 5. – P. 753-782.

5. Khachai, M., Neznakhina, E.: *Approximability of the problem about a minimum-weight cycle cover of a graph* // Doklady Mathematics. – 2015. – Vol. 91, No. 2 – P. .240–245.

6. Khachay, M., Neznakhina, K.: *Approximability of the Minimum-Weight k-Size Cycle Cover Problem* // Journal of Global Optimization. – 2016. – Vol. 66, No. 1 – P. 65–82.

7. Baburin, A., Della Croce, F., Gimadi, E.K., Glazkov, Y.V., Paschos, V.T.: *Approximation algorithms for the 2-Peripatetic Salesman Problem with edge weights 1 and 2* // Discrete Applied Mathematics. – 2009. – Vol. 157, No. 9. – P. 1988–1992.

8. Balas, E.: *New classes of efficiently solvable generalized Traveling Salesman Problems* // Annals of Operations Research. – 1999. – Vol. 86. – P. 529–558.
9. Chentsov, A.G., Khachai, M.Y., Khachai, D.M.: *An exact algorithm with linear complexity for a problem of visiting megalopolises* // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. – 2016. Vol .295, No. 1. – P. 38-46.
10. Berg, M.d., Buchin, K., Jansen, B.M.P., Woeginger, G.: *Fine-Grained Complexity Analysis of Two Classic TSP Variants*. // 43rd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2016). – (LIPIcs). – Vol. 55. – P. 5:1–5:14.
11. Khachay, M. Neznakhina, K. *Generalized Pyramidal Tours for the Generalized Traveling Salesman Problem*. // LNCS. – 2017. – Vol. 10627. – P. 565-577.

Сведения об авторе

Хачай Михаил Юрьевич, д.ф.-м.н., профессор РАН, зав. отделом математического программирования, Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, 620990, Россия, Екатеринбург, ул. С.Ковалевской, 16, mkhachay@imm.uran.ru.

Author

Khachay Michael Yurievich, doctor of sciences, professor, head of math prog. lab., Krasovsky Institute of Mathematics and Mechanics, 620990, Russia, Ekaterinburg, S.Kovalevskoy str., 16, mkhachay@imm.uran.ru.

УДК 51.77

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ РЕСУРСОВ

© А. А. Шананин, Е. Г. Молчанов

INVERSE PROBLEMS IN RESOURCE DISTRIBUTION PROBLEM

© A.A. Shananin, E. G. Molchanov

Основным трендом в мировой экономике, начиная с последней четверти XX века, был процесс глобализации, в результате которого на внутренних рынках развивающихся стран отечественные товары стали конкурировать с импортными аналогами. В тоже время модели, используемые в прикладных исследованиях, такие как модели межотраслевого баланса В.В.Леонтьева, основывались на эмпирических гипотезах о постоянстве структуры потребления конечных товаров и производственных факторов. В условиях глобализации рынков и сопровождавшей её стандартизации товаров существенно выросла их взаимозаменяемость, и гипотезы о постоянстве структуры перестали выполняться. Вследствие этого собираемая и обрабатываемая статистика перестала адекватно отражать экономические процессы, и появились проблемы с идентификацией общепринятых моделей. В докладе обсуждается, как модифицировать модели производства, чтобы адекватно учесть взаимозаменяемость производственных факторов, и с решением каких обратных задач связана идентификация моделей производства. Исследуется проблема моделирования замещения производственных факторов и связанные с ней новые задачи интегральные геометрии. Обратные задачи в моделях распределения ресурсов сводятся к анализу условий характеризации обобщённого преобразования Радона. На основе теоремы Бернштейна о сепаратной аналитичности и обобщения теоремы Бернштейна о вполне монотонных функциях доказана теорема о характеризации обобщённого преобразования Радона. Вопрос о характеризации по наблюдаемым в статистике данным сведен к разрешимости проблемы моментов. Получены условия разрешимости этой проблемы моментов в терминах преобразований таких комбинаторных структур, как ромбические тайлинги. Предложен алгоритм полиномиальной сложности для оценки эластичности замещения производственных факторов на микроуровне. Алгоритм применен для анализа замещения отечественных и импортных производственных факторов по данным российской статистики.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №17-51-00001 НЦНИ_а

Библиографический список / References

1. Agaltsov A. D., Molchanov E. G., Shananin A. A. *Inverse problems in models of resource distribution* // Journal of Geometric Analysis. – 2018. – Vol. 28. - № 1. – P.726-765.

2. Шананин А.А. *Обобщённая модель чистой отрасли производства.* // Математическое моделирование. – 1997. – Т.9. – № 9. – С. 117-127. [Shananin A.A. *Obobschennaya model chistoi otrasli proizvodstva* // Matematicheskoe modelirovanie. – 1997. – T.9. – № 9. – P. 117-127.]

3. Шананин А.А. *Непараметрический метод анализа технологической структуры производства.* // Математическое моделирование. – 1999. – Т.11. – № 9. – С. 116-122. [Shananin A.A. *Neparametricheskii metod analiza tehnologicheskoi strukturi proizvodstva* // Matematicheskoe modelirovanie. – 1999. – T.11. – № 9. – P. 116-122.]

4. Молчанов Е.Г. *О модификациях ромбических тайлингов, возникающих в обратной задаче о распределении ресурсов* // Труды МФТИ. – 2013. – Т.5. – № 4. – С. 87-95. [Molchanov E.G. *O modifikaciyah rombicheskih tailingov, voznikayuschih v obratnoi zadache o raspredelenii resursov* // Trudi MFTI. – 2013. – T.5. – № 4. – P. 87-95.]

Сведения об авторах

Шананин Александр Алексеевич, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, декан ФУПМ МФТИ, Россия, 141701, Долгопрудный, пер. Институтский, 9, alexshan@yandex.ru.

Молчанов Евгений Геннадьевич, аспирант, МФТИ, Россия, 141701, Долгопрудный, пер. Институтский, 9, molchanov.eg@mipt.ru.

Authors

Shananin Alexander Alekseevich, Corresponding Member of the RAS, doctor of sciences, professor, MIPT, Russia, 141701, Moscow Region, Dolgoprudny, Institutsky per., 9, alexshan@yandex.ru.

Molchanov Evgenii Gennadievich, post-graduate student, MIPT, Russia, 141701, Moscow Region, Dolgoprudny, Institutsky per., 9, molchanov.eg@mipt.ru.